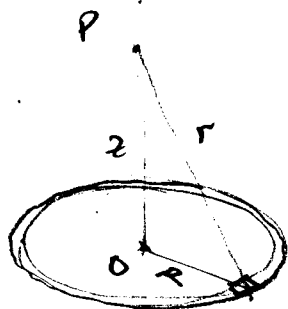


Exemplo: Anel isolante uniformemente carregado. Ponto P sobre o eixo



$$dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$V = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

como todos os elementos de carga que compõem o anel

$$V(z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(R^2 + z^2)^{1/2}}$$

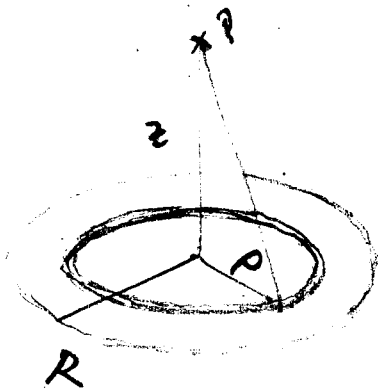
$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial z} (R^2 + z^2)^{-1/2}$$

$$= -\frac{1}{2} (R^2 + z^2)^{-1/2 - 1} \cdot 2z$$

$$E_z = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{z}$$

Ex. Disco circular isolante uniformemente carregado; ponto P sobre o eixo



Potencial devido a um anel de raio ρ e carga dq

$$dV(P) = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 (\rho^2 + z^2)^{1/2}}$$

Densidade de carga do disco $\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$

Um anel de raio ρ tem carga $dq = \sigma \cdot 2\pi\rho d\rho$

$$dV = \frac{\sigma 2\pi\rho d\rho}{4\pi\epsilon_0 (\rho^2 + z^2)^{1/2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + z^2)^{1/2}}$$

$$V = \int dV = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + z^2)^{1/2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[(\rho^2 + z^2)^{1/2} \right]_0^R$$

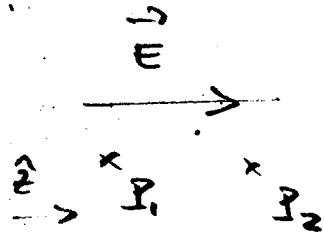
$$V(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[(R^2 + z^2)^{1/2} - |z| \right] //$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left\{ \frac{z}{(R^2 + z^2)^{1/2}} - \frac{z}{|z|} \right\}$$

$$\frac{d}{dz} |z| = \frac{z}{|z|} \text{ não é definida em } z=0$$

Potencial em um campo uniforme

$$\vec{E} = E \hat{z} \quad |\vec{E}| = E = \text{cte} \quad \text{independente de } z$$



$$\begin{aligned} V(P_2) - V(P_1) &= - \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} \\ &= - \int_{P_1}^{P_2} E dz = -E(z_2 - z_1) \end{aligned}$$

Ex: campo gerado por um plano uniformemente carregado $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

Neste caso não podemos tomar a origem do potencial em os pois a distribuição de cargas se estende até o ∞ . Escolhendo a origem $V(z=0) = 0$

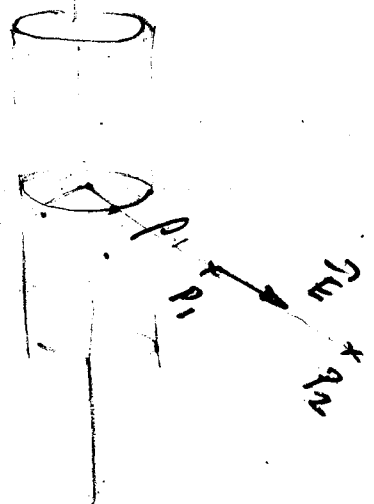
$$V(z) = -Ez$$

$$V(z) = - \int_0^z E dz' = -Ez$$

Fic uniformemente carregado com densidade linear de carga λ .

Neste caso, o campo elétrico pode ser calculado facilmente usando a Lei de Gauss.

Como visto anteriormente,



$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 \rho} \hat{\rho} \quad \Delta V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V(P_2) - V(P_1) = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{P_1}^{P_2} \frac{d\rho}{\rho}$$

$$V(P_2) - V(P_1) = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

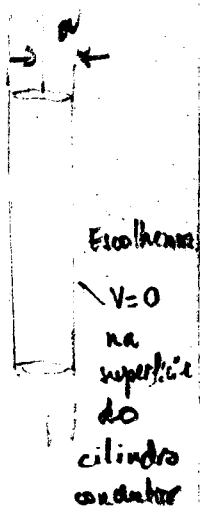
$\left\{ \begin{array}{l} \rho_2 \rightarrow \infty \\ \rho_2 \rightarrow 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \Delta V \rightarrow -\infty \\ \Delta V \rightarrow +\infty \end{array} ;$ Escolher o zero de p. potencial

em $\rho = a \quad V(a) = 0$

$$V(\rho) = - \int_a^{\rho} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V(\rho) = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{\rho}{a}\right)$$

No caso de um cilindro condutor de raio a , o excesso de carga estará todo distribuído na superfície cilíndrica. O campo elétrico no interior do cilindro tem que ser nulo no equilíbrio eletrostático.



Nesse caso, com esse escolha de origem temos $(V(a)=0)$

Cilindro condutor de raio a carregado

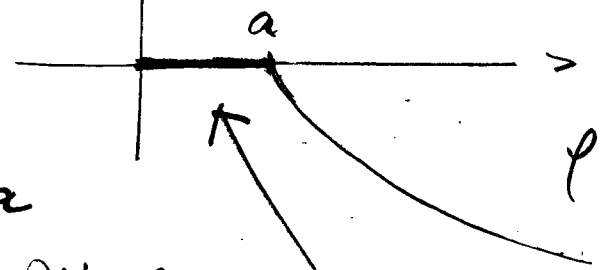
A conta é análoga, só precisamos determinar o λ em

$Q = \lambda L = \underbrace{\sigma S}_{2\pi a L} \Rightarrow \underline{\underline{\lambda = \sigma 2\pi a}}$ função da densidade superficial de carga σ .

Para $\rho \geq a$

$V(\rho) = - \frac{\sigma 2\pi a}{2\pi \epsilon_0} \ln\left(\frac{\rho}{a}\right) = - \frac{\sigma a}{\epsilon_0} \ln\left(\frac{\rho}{a}\right)$

$V(\rho)$ Esqueematicamente



Para $\rho > a$

$\vec{E}(\rho) = - \frac{\partial V}{\partial \rho} \hat{\rho}$

$\vec{E}(\rho) = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \rho} \hat{\rho}$

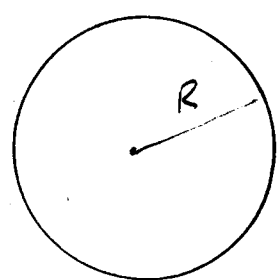
Para $\rho < a$

$E = 0 \Leftrightarrow V = \text{cte}$

dentro do cilindro condutor
(no equilíbrio eletrostático)
 $E = 0 \Rightarrow V = \text{cte}$. Como escolhemos
 $V = 0$ na superfície $\Rightarrow V = 0$
em todo o interior ($\rho < a$)

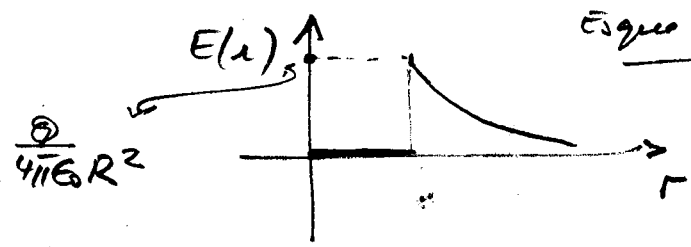
Superfície esférica uniformemente carregada

$Q = \sigma A = \sigma 4\pi R^2$



Campo elétrico em todo o
espaço pode ser obtido pela
lei de Gauss.

Esqueematicamente

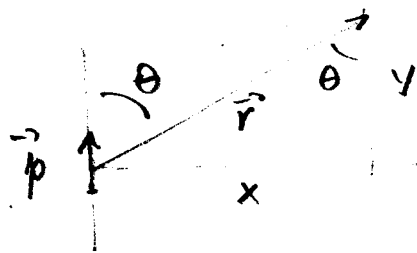


$\vec{E} = E(r) \hat{r}$

$E(r) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & r > R \\ 0 & r < R \end{cases}$

Pode-se escrever

$$y = r \cos \theta \Rightarrow$$



$$V(\vec{r}) \propto \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

Para 1) de $V(\vec{r})$ cai com $1/r^2$. Note que para um campo pontual $V(\vec{r})$ cai com $1/r$.

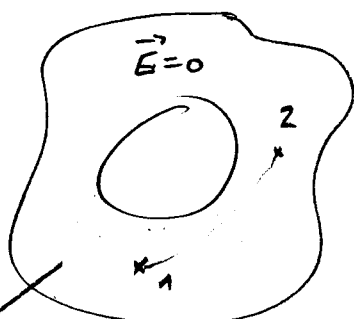
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

$$V \propto \frac{p y}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\vec{p} = p \hat{y}$$

Mostre que: $\vec{E} \propto \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[-\vec{p} + \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} \vec{r} \right]$

Potencial em condutores



Condutor em equilíbrio eletrostático

O campo elétrico no interior do condutor em equilíbrio eletrostático deve ser nulo

$$V(P_2) - V(P_1) = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$V(P_2) = V(P_1)$$

Todos os pontos no interior têm o mesmo potencial.